

УДК 681.324

**В.В. МКРТИЧЯН**

## **КОМПЬЮТЕРНЫЕ МОДЕЛИ СПИСОЧНЫХ ДЕКОДЕРОВ ГУРУСВАМИ-СУДАНА ДЛЯ ОБОБЩЕННЫХ КОДОВ РИДА-СОЛОМОНА И КОНКАТЕНИРОВАННЫХ КОДОВ**

*Решена задача разработки компьютерных моделей списочных декодеров Гурусвами-Судана для обобщенных кодов Рида-Соломона и конкатенированных обобщенных кодов Рида-Соломона с кодами Адамара: разработан точный алгоритм списочного декодирования конкатенированных кодов, получены структурные схемы и программные реализации декодеров.*

**Ключевые слова:** обобщенные коды Рида-Соломона, конкатенированные обобщенные коды, списочное декодирование

**1. Введение и постановка задачи.** Крупным прорывом в теории помехоустойчивого кодирования было создание М. Суданом в 1997 году принципиального списочного декодера для кодов Рида-Соломона (РС-кодов) [1]. Декодер использует интерполяцию и факторизацию многочленов двух переменных над расширением базового поля Галуа и способен с полиномиальной сложностью работать за пределами минимального кодового расстояния. В работе [2] на основе декодера Судана был получен декодер Гурусвами-Судана для обобщенных кодов Рида-Соломона (ОРС-кодов), имеющий лучшие корректирующие способности. В работе [3, с.177] был предложен неформализованный метод списочного декодирования Гурусвами-Судана для ОРС-кодов, специальным образом конкатенированных с кодами Адамара (КОРСА-кодов). Как доказано в [4] списочное декодирование Гурусвами-Судана для ОРС-кодов и КОРСА-кодов можно применить для защиты тиражируемой цифровой продукции от несанкционированного распространения.

В работе [5] программно реализован декодер Судана для РС-кодов. Цель данной статьи – разработка компьютерных моделей списочных декодеров как для более общих ОРС-кодов, так и для КОРСА-кодов. Особенностью представленной разработки является применение в модели списочного декодера для ОРС-кодов длиной  $r$  и размерностью  $k$  алгоритма факторизации Рота-Руккенштейн [6], позволяющего эффективно, со сложностью  $O((\sqrt{rk} + \log q)r \log^2(r/k))$ , проводить факторизацию полиномов двух переменных над полем Галуа  $F_q$ .

## 2. Необходимые сведения об алгоритме списочного декодирования Гурусвами-Судана для обобщенных кодов Рида-Соломона.

Пусть  $F_q$  – поле Галуа мощностью  $q$ ;  $F_q[x]$  – кольцо полиномов переменной  $x$  над полем  $F_q$ ;  $F_q[x, y]$  – кольцо полиномов двух переменных  $x$  и  $y$  над полем  $F_q$ ;  $F_q^{k-1}[x] \subset F_q[x]$  – пространство полиномов степени не выше  $k-1$ ;  $F_q^r$  – пространство векторов размерностью  $r$  над полем  $F_q$ ;  $d(u, v)$  – метрика Хемминга,  $u, v \in F_q^r$  [7]; запись  $f \mid p$  далее означает, что  $f$  делит  $p$  нацело, где  $f, p \in F_q[x, y]$ . Пусть  $\alpha_1, \dots, \alpha_q$  – фиксированное упорядочение элементов  $F_q$ ;  $v_1, \dots, v_r$  – фиксированные элементы  $F_q^*$ ;  $r \in (N) \leq q$ . ОПС-код длиной  $r$ , размерностью  $k$  ( $(r, k)$ -ОПС-код) можно определить как множество векторов  $(v_1 p(\alpha_1), \dots, v_r p(\alpha_r))$ , где  $p$  пробегает множество информационных полиномов  $F_q^{k-1}[x]$ .

Алгоритм списочного декодирования Гурусвами-Судана ОПС-кодов [2] включает два основных шага: шаг интерполяции, на котором по полученному слову строится полином двух переменных специального вида, и шаг факторизации, где данный полином разлагается на сомножители, по которым можно построить список. Входными параметрами декодера являются параметры ОПС-кода: мощность поля  $q$ , длина  $r$  и размерность  $k$  кода и некоторый управляющий параметр  $t \in \{\lfloor \sqrt{r(k-1)} + 1 \rfloor, \dots, r\}$ . При декодировании на вход алгоритма подается слово  $y = (y_1, \dots, y_r) \in F_q^r$  в виде сетки  $\{(\alpha_1, y_1), \dots, (\alpha_r, y_r)\}$ . Декодер производит поиск всех кодовых слов в сфере с центром  $\mathcal{Y}$  радиусом  $r \cdot t$ . Выходом алгоритма является список всех информационных полиномов  $f(x) \in F_q[x]$ , удовлетворяющих условию:  $|\{i \mid f(\alpha_i) = y_i\}| \geq t$ . Из [2] вытекает, что этот список содержит истинное информационное сообщение.

Приведем алгоритм списочного декодирования Гурусвами-Судана для ОПС-кодов в удобном для нас виде

АЛГОРИТМ 1./\* Вход:  $q, r, k, t$ ; сетка  $\{(\alpha_1, y_1), \dots, (\alpha_r, y_r)\}$ .

Выход: список  $f(x)$ .\*/

Шаг 0. Вычислить параметры:

$$m = \left\lfloor (kr + \sqrt{k^2 r^2 + 4(t^2 - kr)}) / (2(t^2 - kr)) \right\rfloor + 1 \text{ и } l = mt - 1.$$

Шаг 1. (Интерполяция) Найти любой полином  $G(x, y) \in F_q[x, y]$ , в виде

$$G(x, y) = \sum_{j_2=0}^{\lfloor l/k \rfloor} \sum_{j_1=0}^{l-kj_2} g_{j_1, j_2} x^{j_1} y^{j_2}, \quad (1)$$

для которого выполняются следующие условия:

1.

$$\forall i \in \{1, \dots, r\} \quad \forall j_1, j_2 \in \{0, 1\} \quad j_1 \neq j_2 \quad m \Rightarrow$$

$$\sum_{j_1 > j_2} \sum_{j_2 > j_1} C_{j_1}^{j_1} C_{j_2}^{j_2} g_{j_1, j_2} x_i^{j_1 - j_2} y_i^{j_2 - j_1} = 0. (2)$$

2.  $G(x, y) \neq 0$ .

Шаг 2. (Факторизация) Разложить  $G(x, y)$  на неприводимые сомножители.

Шаг 3. Выдать список всех полиномов  $f(x) \in F_q[x]$ , таких, что  $(y - f(x))$  является делителем  $G(x, y)$ , причем  $f(x_i) = y_i$ , по крайней мере в  $t$  значениях  $i \in \{1, \dots, r\}$ .

В [2] также имеется "весовая" версия алгоритма 1, которая, получая на вход параметры  $(r, k)$ -ОПС-кода, управляющий параметр  $t \in \left\{ \left\lfloor \sqrt{k \sum_{i=1}^r w_i^2} \right\rfloor; \dots; r \right\}$  и вектор весов  $w = (w_1, \dots, w_r)$  для координат входной сетки  $\{(\alpha_1, y_1), \dots, (\alpha_r, y_r)\}$ , находит все информационные полиномы  $f(x)$ , удовлетворяющие условию  $\sum_{i: f(x_i) = y_i} w_i \geq t$ . Входная сетка может иметь длину больше  $r$ , включая элементы вида:  $(\alpha, y)$ ,  $(\alpha, y')$ , где  $y \neq y'$ , что вместе с весами позволяет учитывать вероятности появления букв  $y$  в точке  $\alpha$  и строить мягкие декодеры и декодеры для конкатенированных кодов. Алгоритм модифицируется следующим образом: на первом шаге параметр  $m$  заменяется на величину  $m_i = m \lfloor r w_i / w_{\max} \rfloor$ , где  $i \in \{1, \dots, r\}$ ,  $w_{\max} = \max_{i \in \{1, \dots, r\}} w_i$ . Эту версию далее будем называть алгоритмом 1'.

**3. Разработка алгоритма списочного декодирования для КОРСА-кодов.** В [3, с. 177], изложен метод списочного декодирования Гурусвами-Судана для КОРСА-кодов, однако точного алгоритма декодирования не приводится. В этом разделе построен формализованный алгоритм декодирования.

**3.1. Специальное конкатенирование ОПС-кодов с кодами Адамара. Кодирование КОРСА-кодов.** Пусть  $p$  – простое,  $m$  – натуральное,  $z_1, \dots, z_{p^m}$  – фиксированное упорядочение элементов  $F_p^m$ . Код Адамара над полем  $F_p$  с инициализирующим параметром  $m$  задается кодирующим отображением

$$\psi_m : F_p^m \rightarrow F_p^{p^m}; \quad \psi_m(a) = (< a, z_1 >, \dots, < a, z_{p^m} >),$$

и имеет минимальное кодовое расстояние  $p^m - p^{m-1}$  [7]. Далее этот код будем обозначать как  $(p^m, m)$ -А-код.

Для описания специального конкатенирования ОРС-кодов с кодами Адамара введем ряд обозначений. Пусть  $p$  – простое,  $m$  – натуральное,

$$r \in \{p^m, 2p^m, 3p^m, \dots, p^{2m}\}, k \in \{m, 2m, 3m, \dots, rm / p^m\}, \quad (3)$$

$\mu_m$  – биективное отображение, сопоставляющее элементу  $F_p^m$  элемент поля  $F_{p^m}$  в соответствии с полиномиальным представлением поля,

$$k_0 = k / m, r_0 = r / p^m. \quad (4)$$

Рассмотрим биективное отображение:

$$\chi_{m,k} : F_p^k \rightarrow F_{p^m}^{k_0-1}[x];$$

$$\chi_{m,k}(a) = \mu_m(a^{(0)}) + \mu_m(a^{(1)})x + \dots + \mu_m(a^{(k_0-1)})x^{k_0-1},$$

где  $a = (a_0, \dots, a_{k-1})$ ,  $a^{(i)} = (a_{im}, \dots, a_{(i+1)m-1})$ ,  $i \in \{0, \dots, k_0 - 1\}$ .

Очевидно, что отображение  $\chi_{m,k}^{-1}$  определяется формулой:

$$\chi_{m,k}^{-1} : F_{p^m}^{k_0-1}[x] \rightarrow F_p^k;$$

$$\chi_{m,k}^{-1}(p(x)) = (\mu_m^{-1}(p_0), \mu_m^{-1}(p_1), \dots, \mu_m^{-1}(p_{k_0-1})),$$

где  $p(x) = p_0 + p_1x + \dots + p_{k_0-1}x^{k_0-1}$ . Рассмотрим отображение:

$$\psi_m^0 : F_{p^m} \rightarrow F_{p^m}^{r_0}; \quad \psi_m^0(a) = \psi_m(\mu_m^{-1}(a)),$$

где  $\psi_m$  – кодирующее отображение  $(p^m, m)$ -А-кода. Пусть  $\alpha_1, \dots, \alpha_{p^m}$

– фиксированное упорядочение элементов  $F_{p^m}$ .

КОРСА-код над полем  $F_p$ , получаемый специальным конкатенированием  $(r_0, k_0)$ -ОРС-кода над полем  $F_{p^m}$  и  $(p^m, m)$ -А-кода над полем  $F_p$ , имеет инициализирующие параметры  $m, k, r$  (см. (3), (4)) и задается кодирующим отображением:

$$\gamma_{m,k,r} : F_p^k \rightarrow F_p^r; \quad \gamma_{m,k,r}(a) = (\psi_m^0(p_a(\alpha_1)), \dots, \psi_m^0(p_a(\alpha_{r_0}))),$$

где  $p_a(x) \in F_{p^m}^{k_0-1}[x]$  – представление сообщения  $a \in F_p^k$  в виде полинома над полем  $F_{p^m}$ , служащее для кодирования "внешним"  $(r_0, k_0)$ -ОРС-кодом над полем  $F_{p^m}$ :  $p_a(x) = \chi_{m,k}(a)$ ;  $\psi_m^0$  – кодирующее отображение "внутреннего"  $(p^m, m)$ -А-кода.

КОРСА-код размерностью  $k$  длиной  $r$ , обозначаемый далее как  $(r, k)$ -КОРСА-код имеет минимальное расстояние

$d = (1 - 1/p^m)(1 - (k_0 - 1)/r_0)r$  [3]. Отметим, что в определении КОРСА-кода содержится и метод кодирования.

**3.2. Декодирование КОРСА-кодов.** Построенный ниже списочный декодер для КОРСА-кодов состоит из двух основных элементов: внешнего и внутреннего. Внешним элементом является "весовая" версия списочного декодера Гурусвами-Судана для ОРС-кодов (см. алгоритм 1' из раздела 2), а внутренним – списочный переборный декодер кодов Адамара, кратко описанный в [3, с. 181]. Представим последний декодер в формализованном виде.

Входными параметрами списочного переборного декодера кодов Адамара являются параметры  $(p^m, m)$  -А-кода над полем  $F_p$ : мощность поля  $p$ , размерность кода  $m$  и упорядочение  $z_1, \dots, z_{p^m}$  элементов пространства  $F_p^m$ . При декодировании на вход алгоритма подается слово  $y = (y_i)_{i=1}^{p^m} \in F_p^{p^m}$ . Декодер производит перебор всех кодовых слов и составляет список  $\mathcal{W}$  их "весов по отношению к  $\mathcal{Y}$ ":

АЛГОРИТМ 2: /\* Вход:  $p, m; z_1, \dots, z_{p^m}; \mathcal{Y}$ . Выход:  $\mathcal{W}$ . \*/

Шаг 0. Если массив  $C_a$  кодовых слов  $(p^m, m)$  -А-кода пуст, то рассчитать его элементы: для всех  $z_i \in F_p^m, i \in \{1, \dots, p^m\}$  вычислить  $C_{a,i} = \psi_m(z_i)$ ; составить  $C_a = (C_{a,1}, \dots, C_{a,p^m})$ , где  $\psi_m$  – определено в 3.1; сохранить  $C_a$  для дальнейшего применения.

Шаг 1. Для каждого  $z_i \in F_p^m, i \in \{1, \dots, p^m\}$  вычислить вес:

$$w_i = \max\{0, 1 - d(y, C_{a,i}) / (p^m - p^{m-1})\}.$$

Шаг 2. Составить вектор весов  $w = (w_1, \dots, w_{p^m})$  и выдать  $\mathcal{W}$ .

Имея в наличии все необходимые алгоритмы, построим алгоритм списочного декодирования для КОРСА-кодов. Входными параметрами алгоритма являются параметры КОРСА-кода: параметры полей  $P$  и  $m$ , длина  $r$  и размерность  $k$  кода, упорядочения  $\alpha_1, \dots, \alpha_{p^m}$  и  $z_1, \dots, z_{p^m}$  элементов  $F_{p^m}^r$  и  $F_p^m$  соответственно. При декодировании на вход алгоритма подается слово  $y = (y_1, \dots, y_r) \in F_p^r$ . Декодер производит поиск всех кодовых слов в пределах сферы, центром которой является  $y$ , радиусом – величина  $E = (1 - 1/p^m)(r - \sqrt{rp^m(k/m - 1)})$ . Выходом алгоритма является список всех информационных векторов  $b(\in F_p^k)$ , удовлетворяющих условию:  $d(\gamma_{m,k,r}(b), y) \leq E$ , где  $\gamma_{m,k,r}$  – кодирующее отображение  $(r, k)$  -КОРСА-кода. Из [3, п.8.4.1] вытекает, что этот список содержит истинное сообщение.

АЛГОРИТМ 3: /\* Вход:  $p, m, r, k : (3)$ ;  $\alpha_1, \dots, \alpha_{p^m}, z_1, \dots, z_{p^m}$ ;

$\mathcal{Y}$ . Выход: список  $b$  \*/

Шаг 0. Вычислить параметры:  $q = p^m, k_0 = k/m, r_0 = r/q,$

$t_0 = \lfloor \sqrt{r(k-1)} \rfloor, E = (1 - 1/q)(1 - \sqrt{(k_0-1)/r_0})r.$

Шаг 1. а) Разбить  $y = (y_1, \dots, y_r)$  на блоки  $y^j \in F_p^{p^m}$ :

$y^j = (y_{(j-1)q+1}, \dots, y_{jq}), j \in \{1; \dots; r_0\}.$

б) Для каждого  $j \in \{1; \dots; r_0\}$  параметры  $p, m; z_1, \dots, z_{p^m}$  и блок  $y^j$  подать на вход алгоритма 2; на выходе получить вектор весов  $w_j = (w_{j,1}, \dots, w_{j,p^m}).$

в) Составить вектор весов  $\hat{w} = (w_{1,1}, \dots, w_{1,p^m}, \dots, w_{r_0,1}, \dots, w_{r_0,p^m})$  и

сетку  $\mathcal{Y}: \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ p^m \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} 1 \\ r_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} 1 \\ r_0 \\ p^m \end{pmatrix} \right\}.$

Шаг 2. а) Параметры  $q, r, k_0, t_0,$  сетку  $\mathcal{Y}$  и вектор  $\hat{w}$  подать на вход алгоритма 1'. На выходе получить список  $\{p_1(x), \dots, p_l(x)\},$  где  $p_i(x) \in F_{p^m}^{k_0-1}[x], i \in \{1; \dots; l\}, l \in N.$

б) Представить полиномы списка  $\{p_1(x), \dots, p_l(x)\}$  в виде векторов:  $a_i = \chi_{m,k}^{-1}(p_i(x)) \in F_p^k,$  где  $\chi_{m,k}^{-1}$  – определено в 3.1,  $i \in \{1; \dots; l\}.$  Выдать список векторов  $\{b, \dots, b_{l'}\},$  таких что  $d(y, b_i) \leq E,$  где  $b_i \in \{a_1, \dots, a_l\}, l' \leq l, i \in \{1; \dots; l'\}.$

#### 4. Компьютерные модели списочных декодеров.

**4.1. Структурные схемы моделей списочных декодеров.** На рис.1 и 2 изображены схемы декодеров и системы входов "весовой" версии списочного декодера для ОРС-кодов и списочного декодера КОРСА-кодов. На вход декодера для ОРС-кодов (см.рис.1) подаются: мощность  $q$  поля Галуа, длина  $r$  и размерность  $k$  ОРС-кода, управляющий параметр  $t,$  входное слово  $\mathcal{Y}$  и вектор весов  $\hat{w}$  помеченные на схеме как ВХ1-ВХ6 соответственно. Декодирование происходит в блоках Б1-Б6. На вход декодера для КОРСА-кодов (рис.2) подаются параметры полей Галуа  $p$  и  $m,$  длина  $r$  и размерность  $k$  КОРСА-кода, и упорядочения  $\{\alpha_i\}_{i=1}^{p^m}$  и  $\{z_i\}_{i=1}^{p^m}$  элементов  $F_{p^m}$  и  $F_p^m$  соответственно и вектор  $\mathcal{Y},$  помеченные на схеме как

ВХ1-ВХ7 соответственно. Декодирование происходит в блоках Б1-Б6. Рассмотрим подробнее работу блоков декодеров.



# Декодер ОРС-кодов

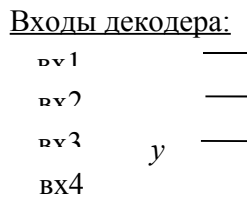
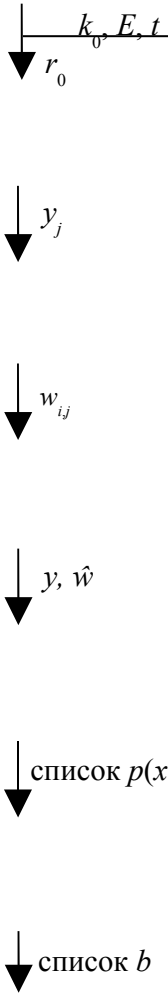
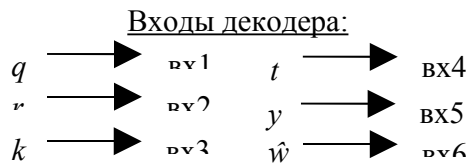
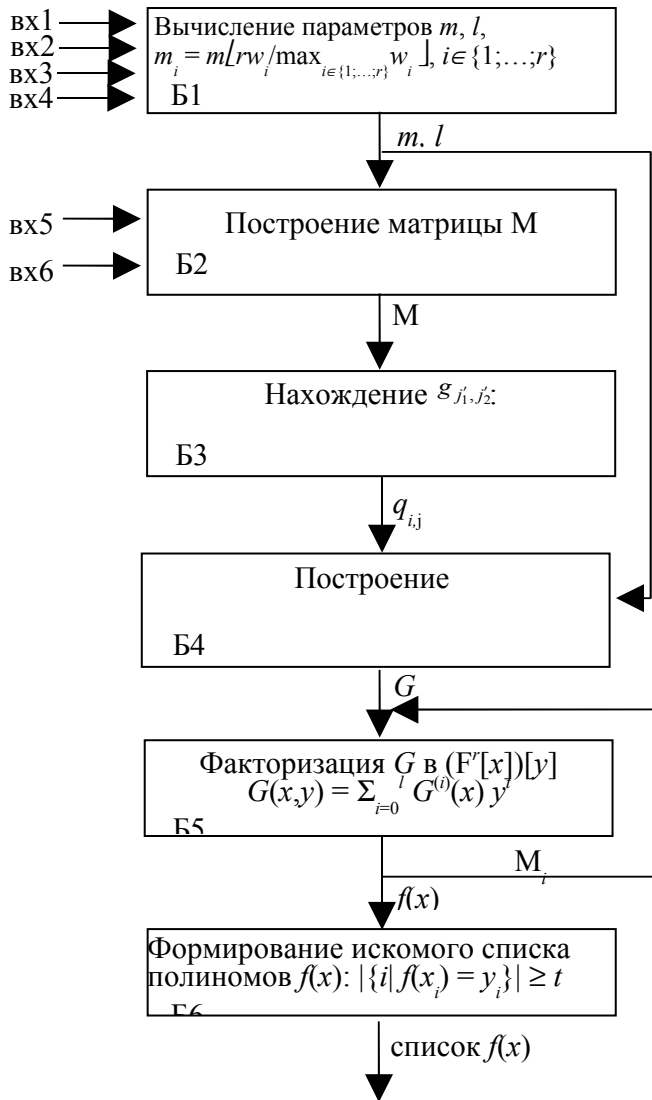


Рис.1. Структурная схема списочного декодера для ОРС-кодов.  
Схема входов

Декодер КОРСА-кодов

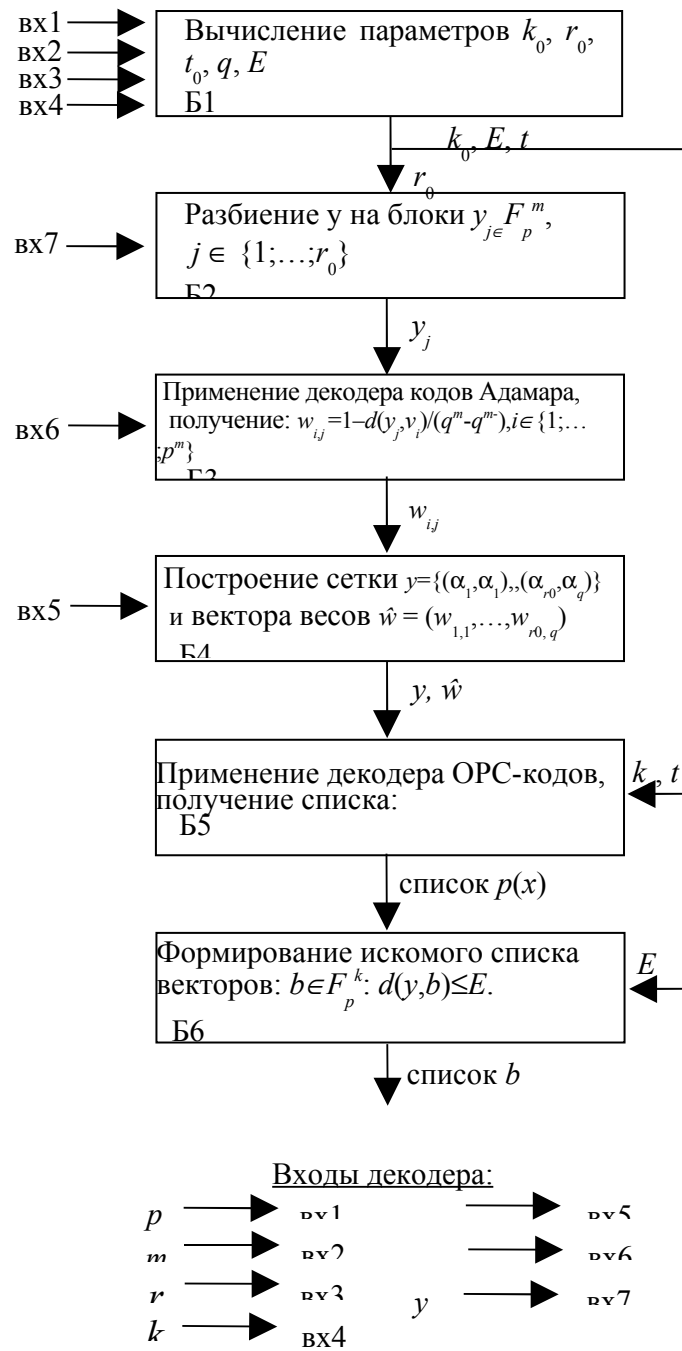


Рис.2. Структурная схема списочного декодера для КОРСА-кодов. Схема входов

Работа блоков списочного декодера для ОРС-кодов состоит в следующем. Блок Б1 на вход получает  $q, r, k, t$  и вычисляет значения параметров декодера  $l, m$  и  $m_i = m \lfloor r w_i / \max_{i \in \{1, \dots, r\}} w_i \rfloor$ , для  $i \in \{1, \dots, r\}$ . Блок Б2 на вход получает  $l, m_i$  и строит матрицу однородной системы (2), обозначенную на схеме буквой  $M$ . Построение  $i$ -й строки происходит путем вычисления коэффициентов  $(x_i)^{j_1 - j_1} (y_i)^{j_2 - j_2}$  при неизвестной  $\mathcal{G}_{j_1, j_2}$  ( $(x_i, y_i) \in \{(x_1, y_1), \dots, (x_r, y_r)\}$ ) и присвоения их координатам строки. При этом порядок следования элементов строки несущественен, но в реализации проще использовать естественный порядок, получаемый при раскрытии двойной суммы. Блок Б3 на вход получает матрицу  $M$  и решает матричную систему  $M \bar{g} = 0$  методом Гаусса, где  $\bar{g}$  – вектор-столбец коэффициентов  $\mathcal{G}_{j_1, j_2}$  полинома (1), находит коэффициенты  $\mathcal{G}_{j_1, j_2}$ . Блок Б4 получает на вход  $l, m_i$ , коэффициенты  $\mathcal{G}_{j_1, j_2}$  и строит полином (1). Блок Б5 реализует рекурсивную процедуру факторизации полинома (1) на основе алгоритма Рота-Руккенштейн. Процедура в процессе работы строит дерево коэффициентов полиномов, ветви которого образуют список элементов, включающий искомым. Блок Б6 кодирует полиномы списка выхода Б5, и формирует искомым список.

Работа блоков списочного декодера для КОРСА-кодов состоит в следующем. Блок Б1 на вход получает  $p, m, k, r$ , вычисляет значения параметров декодера  $k_0, r_0, t_0 = \lfloor \sqrt{r(k-1)} \rfloor, q, E$ . Блок Б2 на вход получает  $r_0$  и  $\mathcal{Y}$ , разбивает  $\mathcal{Y}$  на блоки  $\mathcal{Y}_j$ ,  $j \in \{1, \dots, r_0\}$  для обработки алгоритмом 2. Блок Б3 реализует алгоритм 2, вычисляя по полученным на вход блокам  $\mathcal{Y}_j$  и упорядочению  $\{z_i\}_{i=1}^{p^m}$  веса  $w_{i,j}$ , где  $i \in \{1, \dots, p^m\}$ ,  $j \in \{1, \dots, r_0\}$ . Блок Б4, получая на вход веса  $w_{i,j}$  и упорядочение  $\{\alpha_i\}_{i=1}^{p^m}$ , формирует вектор весов  $\hat{w}$  и строит сетку  $\mathcal{Y}$ . Блок Б5, получая на вход  $\mathcal{Y}$ ,  $\hat{w}, k_0, t$  применяет алгоритм 1' и получает список полиномов  $p(x) \in F_{p^m}^{k_0-1}[x]$ . Блок Б6 получает на вход список полиномов и величину  $E$ , представляет полиномы в векторном виде и формирует искомым список.

**4.2. О программной реализации.** Рассмотрим аспекты программной реализации приведенных структурных схем. Вычисления в полях Галуа, векторных пространствах и кольцах полиномов над полями Галуа реализованы на языке C++ на базе динамической библиотеки WinNTL-5\_4\_1 (см., например, [8]), включающей классы алгебраических структур и алгоритмов, необходимых для реализации моделей, таких как класс расширения поля Галуа, класс полиномов над полем и другие. Недостающие структуры и алгоритмы получены в программной реализации в виде отдельных классов, например, кольцо полиномов с коэффициентами из кольца полиномов над полем Галуа.

На основе полученной в предшествующей работе [5] реализации списочного декодера Судана для РС-кодов и указанных базовых компонен-

тов построены новые классы, реализующие рассмотренные структурные схемы декодеров. Для тестирования их работоспособности и постановки экспериментов получены реализации вспомогательных классов.

Класс декодера Гурусвами-Судана для ОРС-кодов получен как наследник класса списочного декодера Судана, включающий виртуальные процедуры создания улучшенной интерполяционной матрицы Гурусвами-Судана и обеспечения корректной работы с полями базового класса и класса-наследника с учетом специфики данного декодера. Класс декодера для КОРСА-кодов включает декодеры для ОРС-кодов и кодов Адамара как поля класса.

Структурные схемы реализованы программно на основе библиотеки MFC под следующие операционные системы: Windows 95/98/NT/2000/XP/Vista.

Построенная программная реализация декодеров использована для проведения численных экспериментов в связи с применением списочного декодирования в схеме специального широкополосного шифрования [9], где имеет смысл использовать коды с относительно большим кодовым расстоянием. Так, например, при декодировании 140 слов (37,2)-ОРС-кода над полем  $F_{37}$  при числе ошибок в канале, не превышающем 70%, получены списки объемом в одно кодовое слово, а в случае, когда число ошибок составляло 70% – 81%, списки состояли из двух кодовых слов. Если число ошибок превышает 81%, то декодер не гарантирует правильное декодирование, так как при наших параметрах количество гарантируемо исправляемых ошибок равно  $\lceil r - \sqrt{r(k-1)} - 1 \rceil = 30$  (см. раздел 2.). Декодирование 140 слов производилось программой в течение двенадцати секунд на компьютере с процессором мощностью 2,5 ГГц и ОЗУ объемом 512 Мб. Из [9] вытекает, что рассмотренный пример ОРС-кода в схеме специального широкополосного шифрования соответствует тиражу легально распространяемой продукции, равному 1369 экземпляров, а декодирование каждого слова гарантирует нахождение распространителей обнаруженного экземпляра контрафактной продукции.

**5. Заключение.** Решены задачи разработки компьютерных моделей списочных декодеров Гурусвами-Судана для ОРС-кодов и КОРСА-кодов с использованием эффективного алгоритма факторизации Рота-Руккенштейн. Для их применения в цифровых системах передачи данных к разработанной схеме можно добавить блок, реализующий выделение истинного сообщения из списка на выходе декодера [10]. На основе результатов, полученных в настоящей работе, возможно расширение компьютерной модели схемы специального широкополосного шифрования, построенной автором данной статьи в [9]. Отметим, что в настоящее время специалистами ведутся интенсивные теоретические исследования по оптимизации времени работы всех этапов списочного декодирования (см., например, [3], [11]). Разумеется, применение этих результатов в технической реализации декодеров должно привести к улучшению их временных характеристик.

#### Библиографический список

1. *Sudan M.* Decoding of Reed Solomon codes beyond the error-correction bound/ M. Sudan // *Journal of Complexity*, 1997, v. 13, n. 1, p. 180-193.
2. *Guruswami V.* Improved decoding of Reed-Solomon and algebraic-geometric codes/ V.Guruswami, M.Sudan // *IEEE Trans. Inf. Theory*, 1999, v. 45, p. 755-764.

3. *Guruswami V.* List Decoding of Error-Correcting Codes / V.Guruswami. – New York: Springer-Verlag Inc. (LNCS 3282), 2005, 350 p.
4. *Silverberg A.* Application of list decoding to tracing traitors / A.Silverberg, J.Staddon, J.Walker. In Adv. in Cryptology - ASIACRYPT 2001 (LNCS 2248), 2001, p. 175-192.
5. *Мкртичан В.В.* О реализации программного модуля детерминированного списочного декодера Судана для кодов Рида-Соломона / В.Мкртичан // Вестник ДГТУ, 2007, т.7, №3. – С. 270-275.
6. *Roth R..* Efficient decoding of Reed-Solomon codes beyond half of minimum distance/ R.Roth, G.Ruckenstein // IEEE Trans. on Inf. Theory, 2000, v. 45, p. 432-437.
7. *Мак-Вильямс Ф.Д.* Теория кодов, исправляющих ошибки / Ф.Д.Мак-Вильямс, Н.Дж.Слоэн. – М.: Связь, 1979. – 744 с.
8. Библиотека классов WinNTL-5\_4\_1. <http://shoup.net/ntl/>.
9. *Мкртичан В.* Компьютерная модель схемы специального широко-вещательного шифрования на основе кодов Рида-Соломона и списочного декодера Гурусвами-Судана /В.Мкртичан // Материалы IX Международной науч.-практ. конф. "Информационная безопасность". Ч.2. – Таганрог: ЮФУ, 2007. – С. 111-115.
10. *Маевский А.Э.* Об экспериментальном исследовании списочного декодера Судана для кодов Рида-Соломона / А.Э.Маевский, В.В.Мкртичан // Компьютерные технологии в науке и производстве. Мат-лы V НТК., часть 3, ЮРГТУ(НПИ), 2004. – С. 29-30.
11. *Трифонов П.В.* Интерполяция в списочном декодировании кодов Рида-Соломона / П.В. Трифонов // Проблемы передачи информации, 2007. – Т. 43. – Вып. 3. – С.66-74.

Материал поступил в редакцию 12.12.07.

#### **V.V.MKRTICHAN**

#### **COMPUTER MODELS OF SUDAN AND GURUSWAMI'S LIST DECODERS FOR GENERALIZED REED-SOLOMON CODES AND CONCATENATED CODES**

Problem of computer model development of Sudan and Guruswami's list decoders for generalized Reed-Solomon codes and concatenated codes is solved. Strict algorithm of list decoding of concatenated codes is given. The block diagram and program realization of decoder are constructed.

**МКРТИЧЯН Вячеслав Виталиевич** (р.1982), окончил магистратуру кафедры "Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем" ДГТУ, аспирант.

Основные научные интересы – математические методы в системах защиты информации.

Автор 9 публикаций.